Questão 1

Dadas as matrizes

$$A=\begin{pmatrix} 2 & -5 & 0 \\ -1 & 3 & -4 \\ 6 & -8 & -7 \\ -3 & 0 & 9 \end{pmatrix} \text{ e } B=\begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 7 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$$

a) Encontre a 2^a linha do produto AB.

b) Substitua $a_{32}=-8$ por $a_{32}=5$ e encontre a 3^a Linha do produto AB.

c) Substitua $b_{32}=2$ por $b_{32}=10$ e encontre a 4^a Linha do produto AB.

d) Existe BA, justifique

Acompanhe passo a passo

$$A=\begin{vmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 3 & 1 & -2 \\ -5 & -1 & 9 \end{vmatrix}$$

1º Entre com sua matriz.

2º Vá para o próximo passo.

$$A=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} 2 & -5 & 0 \\ -1 & 3 & -4 \\ 6 & -8 & -7 \\ -3 & 0 & 9 \end{vmatrix}$$

$$B=\begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \\ b_{31} & b_{32} \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} 4 & -6 \\ 7 & 1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix}$$

$$A\cdot B=\begin{vmatrix} -27 & -17 \\ 5 & 1 \\ -53 & -58 \\ 15 & 36 \end{vmatrix}$$

$$A=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} 2 & -5 & 0 \\ -1 & 3 & -4 \\ 6 & 5 & -7 \\ -3 & 0 & 9 \end{vmatrix}$$

$$B=\begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \\ b_{31} & b_{32} \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} 4 & -6 \\ 7 & 1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix}$$

$$A\cdot B=\begin{vmatrix} -27 & -17 \\ 5 & 1 \\ 38 & -45 \\ 15 & 36 \end{vmatrix}$$

$$A=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} 2 & -5 & 0 \\ -1 & 3 & -4 \\ 6 & 5 & -7 \\ -3 & 0 & 9 \end{vmatrix}$$

$$B=\begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \\ b_{31} & b_{32} \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} 4 & -6 \\ 7 & 1 \\ 3 & 10 \end{vmatrix}$$

$$A\cdot B=\begin{vmatrix} -27 & -17 \\ 5 & -31 \\ 38 & -101 \\ 15 & 108 \end{vmatrix}$$

Questão 2

Dada a matriz

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 3 & 1 & -2 \\ -5 & -1 & 9 \end{pmatrix}$$

a) Encontre, caso exista, a inversa A^{-1}.

b) Use o resultado anterior para encontrar, caso exista, a solução do Sistema Linear.

$$\begin{cases} x_1-2x_3=1 \\ 3x_1+x_2-2x_3=0 \\ -5x_1-x_2+9x_3=2 \end{cases}$$

Acompanhe passo a passo

$$A=\begin{vmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 3 & 1 & -2 \\ -5 & -1 & 9 \end{vmatrix}$$

1° Entre com sua matriz.

2° Vá para o próximo passo.

passo 2:
Escrevemos a matriz (A | I), onde I é a matriz identidade

$$\left|\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & -2 & 0 & 1 & 0 \\ -5 & -1 & 9 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right|$$

$a_{11} \neq 0$

Próximo passo

$a_{21} \neq 0$

passo 4:
1 .(Linha 2) - (3).(Linha 1)

$$\left|\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & -3 & 1 & 0 \\ -5 & -1 & 9 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right|$$

$a_{31} \neq 0$

passo 5:
1 .(Linha 3) - (-5).(Linha 1)

$$\left|\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 5 & 0 & 1 \end{array}\right|$$

$a_{22} \neq 0$

Próximo passo

$a_{32} \neq 0$

passo 7:
Linha 3 + Linha 2

$$\left|\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & -17 & -1 & -4 \\ 0 & 0 & 3 & 2 & 1 & 1 \end{array}\right|$$

$a_{23} = 0$

Próximo passo

$a_{13} \neq 0$

passo 9:
3 .(Linha 1) - (-2).(Linha 3)

$$\left|\begin{array}{ccc|ccc} 3 & 0 & 0 & 7 & 2 & 2 \\ 0 & 3 & 0 & -17 & -1 & -4 \\ 0 & 0 & 3 & 2 & 1 & 1 \end{array}\right|$$

Continua a questão 2

$a_{12} = 0$

Próximo passo

passo 12:

Matriz Inversa de A: A^{-1}

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{7}{3} & \frac{2}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{-17}{3} & \frac{-1}{3} & \frac{-4}{3} \\ \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix}$$

Faça o produto

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 2 & 2 \\ -17 & -1 & -4 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} b_{11} \\ b_{21} \\ b_{31} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$A \cdot B = \begin{bmatrix} 11 \\ -25 \\ 4 \end{bmatrix}$$

A solução é:

x1=11/3

x2=-25/3

x3=4/3

Questão 3

Encontra, caso exista, a solução do Sistema Linear:

$$\begin{cases} -4x_1 - 5x_2 = 5 \\ 5x_1 + 6x_2 = 2 \end{cases}$$

a) Usando o Método de Gauss

b) Usando o Método da Matriz Inversa

c) Compare os resultados e faça comentários relacionados a quantidade de operações elementares realizadas.

$$\begin{array}{llll} -4\ x_1 & -\ 5\ x_2 & = & 5 \\ 5\ x_1 & +\ 6\ x_2 & = & 2 \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} -4 & -5 & 5 \\ 5 & 6 & 2 \end{bmatrix}$$

$a_{11} \neq 0.$ **Passo seguinte.**

$a_{21} \neq 0.$ **Passo 3: -4.(Linha 2) - (5).(Linha 1)**

$$\begin{bmatrix} -4 & -5 & 5 \\ 0 & 1 & -33 \end{bmatrix}$$

Avance até o passo 15.

Por ultimo, resolvemos o sistema escalonado obtido:

$$-4\ x_1 + (-5)\ x_2 = 5$$

$$1\ x_2 = -33$$

$$x_2 = \frac{-33}{1} \qquad x_1 = \frac{-40}{-1}$$

Método ma matriz inversa

$$\begin{array}{llll} -4\ x_1 & -\ 5\ x_2 & = & 5 \\ 5\ x_1 & +\ 6\ x_2 & = & 2 \end{array}$$

$$A = \begin{bmatrix} -4 & -5 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} \qquad A^{-1} = \frac{1}{1}\begin{bmatrix} 6 & 5 \\ -5 & -4 \end{bmatrix}$$

$$A \cdot X = B \iff X = A^{-1} \cdot B$$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{1}\begin{bmatrix} 6 & 5 \\ -5 & -4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix} = \frac{1}{1}\begin{bmatrix} 40 \\ -33 \end{bmatrix}$$

$$x_1 = \frac{40}{1}, \qquad x_2 = \frac{-33}{1}$$