Questão 1: Resolver o sistema linear pelo método de Gauss

$$\begin{aligned} 3x_1 - 3x_2 + 4x_3 &= 2 \\ -6x_1 + 12x_2 - 9x_3 &= 0 \\ 6x_1 - 4x_2 + 8x_3 &= 1 \end{aligned}$$

A matriz completa do Sistema é:

$$\begin{pmatrix} 3 & -3 & 4 & 2 \\ -6 & 12 & -9 & 0 \\ 6 & -4 & 8 & 1 \end{pmatrix}$$

$a_{11} \neq 0$. Passo seguinte.

$a_{21} \neq 0$. Passo 3: 3 .(Linha 2) - (-6).(Linha 1)

$a_{31} \neq 0$. Passo 4: 3 .(Linha 3) - (6).(Linha 1)

As operações elementares fornecem a matriz

$$\begin{pmatrix} 3 & -3 & 4 & 2 \\ 0 & 6 & -1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$$

continuando,

$a_{22} \neq 0$. Passo seguinte.

$a_{32} \neq 0$. Passo 8: 6 .(Linha 3) - (2).(Linha 2)

A operação elementar fornece a matriz

$$\begin{pmatrix} 3 & -3 & 4 & 2 \\ 0 & 6 & -1 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & -13 \end{pmatrix}$$

Finalmente, resolvemos o sistema escalonado obtido:

$$3\,x_1 + (-3)\,x_2 + (4)\,x_3 = 2$$

$$6\,x_2 + (-1)\,x_3 = 4$$

$$1\,x_3 = -13$$

A solução é

$$x_3 = \frac{-13}{1} \qquad x_2 = \frac{-3}{2} \qquad x_1 = \frac{33}{2}$$

Questão 2: Encontre a matriz inversa

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -8 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$$

Passo 2:

Temos a matriz (A | I),
onde I é a matriz identidade

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 3 & -8 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

$a_{11} \neq 0$

Próximo passo

$a_{21} \neq 0$

Passo 4:

3.(Linha 2) - (-1).(Linha 1)

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 3 & -8 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \end{array}\right)$$

$a_{12} \neq 0$

passo 5:

1.(Linha 1) - (-8).(Linha 2)

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 3 & 0 & 9 & 24 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \end{array}\right)$$

passo 6:

Simplificamos:
(Linha 1) dividido por 3
(Linha 2) dividido por 1

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 3 & 8 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \end{array}\right)$$

passo 7:

Matriz Inversa de A: A^{-1}

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & 8 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Questão 3: Resolva o sistema linear

a) Pelo método da matriz inversa

$$3\,x_1 \quad - 8\,x_2 \quad = 1$$
$$-1\,x_1 \quad + 3\,x_2 \quad = 5$$

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -8 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$A \cdot X = B \quad \Leftrightarrow \quad X = A^{-1} \cdot B$$

$$A^{-1} = \frac{1}{1}\begin{bmatrix} 3 & 8 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{1}\begin{bmatrix} 3 & 8 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \end{bmatrix} = \frac{1}{1}\begin{bmatrix} 43 \\ 16 \end{bmatrix}$$

$$x_1 = \frac{43}{1}, \qquad x_2 = \frac{16}{1}$$

b) Pelo método de Gauss

$$3\,x_1 \quad - 8\,x_2 \quad = 1$$
$$-1\,x_1 \quad + 3\,x_2 \quad = 5$$

$$\begin{bmatrix} 3 & -8 & 1 \\ -1 & 3 & 5 \end{bmatrix}$$

$a_{11} \neq 0$. Passo seguinte.

$a_{21} \neq 0$. Passo 3: 3 .(Linha 2) - (-1).(Linha 1)

$$\begin{bmatrix} 3 & -8 & 1 \\ 0 & 1 & 16 \end{bmatrix}$$

Por último, resolvemos o sistema escalonado obtido:

$$3\,x_1 + (-8)\,x_2 = 1$$
$$1\,x_2 = 16$$

$$x_1 = \frac{43}{1} \qquad x_2 = \frac{16}{1}$$

Questão 4: Uma mãe é 21 anos mais velha que o filho. Daqui a 6 anos a mãe terá uma idade 5 vezes maior que o filho. PERGUNTA: onde está o pai agora?

Seja x1 a idade da mãe em anos
x2 a idade do filho em anos

O problema equivale a resolver o sistema linear

$$
\begin{aligned}
1\,x_1 \quad - 1\,x_2 &= 21 \\
1\,x_1 \quad - 5\,x_2 &= 24
\end{aligned}
$$

$$
\begin{pmatrix} 1 & -1 & 21 \\ 1 & -5 & 24 \end{pmatrix}
$$

$a_{11} \neq 0$. Passo seguinte.

$a_{21} \neq 0$. Passo 3: Linha 2 - Linha 1

$$
\begin{pmatrix} 1 & -1 & 21 \\ 0 & -4 & 3 \end{pmatrix}
$$

Por último, resolvemos o sistema escalonado obtido:

$$
1\,x_1 + (-1)\,x_2 = 21
$$

$$
-4\,x_2 = 3
$$

A idade do filho é, em anos

$$
x_2 = \frac{3}{-4}
$$

Em meses, esta solução equivale a -9 meses

Assim, neste momento, o pai está fazendo o bebê com a mãe.

e nós fazendo provinha...